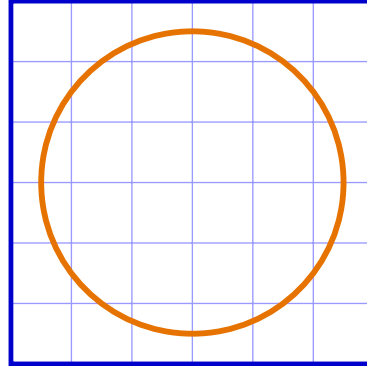


Problemi ed Esercizi di Matematica Discreta - Foglio B.  
 Matematica, Università degli studi di Bologna.  
 E. Masina - [enrico.masina3@unibo.it](mailto:enrico.masina3@unibo.it)

**B.0.** Un cerchio, con diametro  $2n - 1$  unità, è stato disegnato in modo simmetrico su una scacchiera  $2n \times 2n$  qui illustrata per  $n = 3$ :



(a) Quante caselle della scacchiera contengono un pezzetto del cerchio?

(b) Trovate una funzione  $f(k)$  tale che esattamente  $\sum_{k=1}^{n-1} f(k)$  caselle della scacchiera giacciono interamente dentro il cerchio.

**B.1.** Semplificate l'espressione  $[(n + 1)^2 n! e] \pmod n$ .

**B.2.** Quanti numeri della forma  $2^m$ , per  $0 \leq m \leq M$ , hanno come prima cifra 1 in notazione decimale?

**B.3.** Qual è il più piccolo intero positivo che ha esattamente  $k$  divisori, per  $1 \leq k \leq 6$ ?

**B.4.** Che cosa significa  $a \equiv b \pmod 0$ ?

**B.5.** Mostrare che  $\frac{3^{77}-1}{2}$  è dispari.

**B.6.** Calcolare  $\varphi(999)$ .

**B.7.** Determinare il valore di  $1000! \pmod{10^{250}}$  tramite un calcolo manuale.

**B.8.** Mostrare che se  $2^n + 1$  è primo allora  $n$  è una potenza di 2.

**B.9.** Quale numero binario corrisponde al numero di Eulero  $e$ , nella corrispondenza tra rappresentazione binaria e rappresentazione di Stern-Brocot? (Esprimete la vostra risposta come somma infinita, non è necessario che la calcoliate in forma chiusa).