

Problemi ed Esercizi di Matematica Discreta - Foglio C.

Matematica, Università degli studi di Bologna.

E. Masina - [enrico.masina3@unibo.it](mailto:enrico.masina3@unibo.it)

- C.0.** Sia  $n$  un dato numero intero positivo; per quali valori di  $k$  il coefficiente binomiale  $\binom{n}{k}$  è massimo? Dimostrare la risposta data.
- C.1.** Mostrate che  $-2(\ln(1-z) + z)/z^2$  è una funzione ipergeometrica.
- C.2.** Quanto vale  $\sum_k \binom{n}{k}^3 (-1)^k$ ?
- C.3.** Trovate una forma chiusa per  $\sum_{k \leq n} \binom{2k}{k} 4^{-k}$
- C.4.** Trovate una forma chiusa per
- $$\sum_{k \geq 1} \binom{n}{\lfloor \log_m(k) \rfloor}$$
- quando  $m, n$  sono interi positivi.
- C.5.** Utilizzare l'approssimazione di Stirling per stimare  $\binom{m+n}{n}$  per  $m, n$  grandi. Osservare cosa accade quando  $m = n$ .
- C.6.** È possibile costruire una pila di  $n$  mattoni in modo tale che il mattone più alto stia completamente al di fuori del mattone più basso, mentre una persona che pesa quanto 100 mattoni possa stare in equilibrio a metà del mattone più alto senza far cadere la pila?
- C.7.** Mostrare che  $\frac{d}{dz}(z!)$  è in relazione con i numeri armonici generalizzati.
- C.8.** *Problema di ricerca.* Dimostrare l'irrazionalità di  $\gamma$  e di  $e^\gamma$ , dove  $\gamma$  è la costante di Eulero-Mascheroni.