

## Ottimizzazione Convessa e Combinatoria - Problemi ed Esercizi.

Foglio 0.

E. Masina - [enrico.masina3@unibo.it](mailto:enrico.masina3@unibo.it)

**0.0.** Mostrare che il seguente insieme è convesso.

$$S = \left\{ x \in \mathbb{R}^m : \left| \sum_{k=1}^m x_k \cos(kt) \right| \leq 1, |t| \leq \frac{\pi}{3} \right\}$$

è convesso.

**0.1.** Determinare la distanza tra due iperpiani paralleli  $\{x \in \mathbb{R}^n \mid a^t x = b_1\}$  e  $\{x \in \mathbb{R}^n \mid a^t x = b_2\}$ .

**0.2.** Mostrare che se  $A_1, A_2$  sono due insiemi convessi in  $\mathbb{R}^{m+n}$  allora anche la loro somma parziale è convessa:

$$S = \{(x, y_1 + y_2) \mid x \in \mathbb{R}^m, y_1, y_2 \in \mathbb{R}^n, (x, y_1) \in A_1, (x, y_2) \in A_2\}$$

**0.3.** Utilizzando la definizione, mostrare che la funzione  $f(x) = x^2$  definita in  $\mathbb{R}$  è convessa.

**0.4.** Utilizzando la definizione “e qualche strumento aggiuntivo”, mostrare che la funzione  $f(x) = \log(x)$  è concava nel suo dominio.

**0.5.** Per  $0 < p \leq 1$  la funzione  $h(t) = \left( \sum_{k=1}^i t_k^p \right)^{1/p}$  è concava su  $\mathbb{R}_+^p$ .

**0.6.** La funzione che descrive la media geometrica è concava? Argomentare.